
Compatibilité entre structures de Jacobi et structures pseudo-riemanniennes dans le cadre du fibré des 1-jets

Abdoulaye TANKARY BANAOU

University Abdou MOUMOUNI, Niger, tankarybanaou@gmail.com.

Dans le prolongement des travaux de M. Boucetta sur la compatibilité entre structures pseudo-riemanniennes et structures de Poisson, nous proposons dans cet article une généralisation de cette problématique au cadre plus large des **structures de Jacobi**, en nous plaçant dans le contexte géométrique du **fibré des 1-jets** J^1M . Ce fibré, riche en informations différentielles et locales, offre un cadre naturel pour l'étude des structures géométriques fines. Utilisé en géométrie différentielle, en analyse des équations aux dérivées partielles ou en physique mathématique, il permet de modéliser des champs, des connexions et des interactions géométriques complexes. Les structures de Jacobi généralisent les structures de Poisson et s'identifient canoniquement aux variétés de Poisson homogènes définies sur $M \times R$. Cette correspondance fondamentale constitue un pont naturel entre géométries jacobienne et symplectique conforme, et permet d'aborder la compatibilité entre structures métriques et structures de Jacobi dans un cadre unifié. Notre objectif est d'établir les fondements géométriques de cette compatibilité, en développant les outils nécessaires à une étude ultérieure de structures spécifiques telles que les variétés sasakienne ou localement conformément symplectiques (l.c.s.). Notre démarche s'articule autour des axes suivants :

1. **Construction d'algébroides de Lie associés** : Nous mettons en évidence comment les structures de contact et l.c.s. induisent naturellement des algébroides cotangents, à travers :
 - un théorème de poissonisation ;
 - un théorème d'isomorphisme d'algébroides ;
 - un théorème de symplectisation conforme permettant une lecture homogène de la géométrie de Jacobi.
2. **Analyse des connexions de Levi-Civita** : Nous étudions les interactions entre :
 - la connexion contravariante adaptée à la géométrie de Jacobi sur J^1M ;
 - la connexion classique sur M , compatible avec une métrique donnée ;
 - la connexion induite sur $M \times R$ par la symplectisation.

Ce travail s'inscrit dans le cadre de la géométrie différentielle généralisée, et vise à enrichir la compréhension des interactions entre structures classiques (riemanniennes, symplectiques) et structures plus larges (Jacobi, contact, l.c.s.) dans un contexte fibré où les 1-jets jouent un rôle structurant.