
Solution entropique pour un problème intégrro-différentiel triplement non linéaire

Safimba SOMA

Université de Ouagadougou, Burkina Faso. somasaf2000@gmail.com.

We consider a class of triply nonlinear history-dependent problems involving a convection term and a pseudomonotone nonlinear diffusion operator, governed by equations of the type

$$\partial_t(k * (j(v) - j(v_0))) - \operatorname{div}(a(x, \nabla \varphi(v) + F(\varphi(v)))) = f$$

where the right-hand side belongs to L^1 . The kernel k is taken from the broad class of $\mathcal{PC}$ kernels, which in particular includes fractional time derivatives of order $\alpha \in (0, 1)$. Assuming that both j and φ are nondecreasing and working with L^1 -data, we establish the existence and uniqueness of entropy solution. The proof of existence relies on a multi-step approximation procedure together with an adaptation of results obtained in the case where j is nondecreasing and $\varphi = \operatorname{id}_{\mathbb{R}}$. Uniqueness is achieved through the Kruzhkov doubling of variables technique.

Nous considérons une classe de problèmes triplement non linéaires à mémoire, comportant un terme de convection et un opérateur de diffusion non linéaire pseudomonotone, associés à des équations du type

$$\partial_t(k * (j(v) - j(v_0))) - \operatorname{div}(a(x, \nabla \varphi(v) + F(\varphi(v)))) = f$$

où le second membre appartient à L^1 . Le noyau k est choisi dans la large classe des noyaux $\mathcal{PC}$, incluant en particulier les dérivées fractionnaires en temps d'ordre $\alpha \in (0, 1)$. Sous l'hypothèse que j et φ sont croissantes et en travaillant avec des données L^1 , nous établissons l'existence et l'unicité de solution entropique. La preuve de l'existence repose sur une procédure d'approximation en plusieurs étapes et sur une approche inspirée de résultats disponibles dans le cas où j est croissante et $\varphi = \operatorname{id}_{\mathbb{R}}$, tandis que l'unicité est obtenue grâce à la méthode de dédoublement de variables de Kruzhkov.