Colloque International du Réseau Équations aux Dérivées Partielles, Modélisation et Contrôle (Réseau EDP-MC)
Du 29 septembre au 04 octobre 2025 à l'Université Assane SECK, Ziguinchor, Sénégal.

Les G-Solitons de Ricci-Bourguignon sur le demi-plan de Poincaré

Abdou BOUSSO
Université Cheikh Anta DIOP, Sénégal, abdoukskbousso@gmail.com.

Le flot de Ricci généralisé est une évolution de métriques riemanniennes définie par :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial g(t)}{\partial t} = -2(\mathrm{Ric}(t) + \rho S(t) g), \\ g(0) = g_0. \end{cases}$$

où ρ est une constante réelle et $S(t)$ la courbure scalaire. Les solutions stationnaires de ce flot sont appelées **G-solitons de Ricci-Bourguignon.** Plus précisément, une variété riemannienne (M, g) est un G-soliton de Ricci-Bourguignon s'il existe une fonction lisse et non nulle $G : M \to \mathbb{R}$ un champ de vecteurs lisse ξ (non nécessairement constant), ainsi que des constantes réelles λ et ρ telles que l'équation suivante soit satisfaite :

$$\frac{G}{2}\mathcal{L}_\xi g + \mathrm{Ric} = (\lambda + \rho S) g$$

Lorsque $G = 1$ (c'est-à-dire que G est la fonction constante 1), cette équation correspond à la définition usuelle d'un **soliton de Ricci-Bourguignon**. Cette équation représente une équation aux dérivées partielles (EDP) couplée pour les composantes du champ de vecteurs ξ et de la métrique g. La résolution de cette EDP est cruciale pour déterminer l?ensemble des champs de vecteurs lisses qui transforment une variété riemannienne (M, g) en un G-soliton de Ricci-Bourguignon. Depuis les travaux pionniers de Richard Hamilton en 1982, le flot de Ricci est devenu un outil fondamental en géométrie différentielle, notamment grâce à son rôle central dans la résolution de la conjecture de Poincaré par Grigori Perelman. L'étude des solitons de Ricci, en tant que solutions d'équilibre de ce flot, est un domaine de recherche actif.

Dans cet article de recherche, intitulé **"Ricci Solitons on the Poincaré Upper Half Plane"** (DOI:arXiv:2505.02145), nous nous concentrons spécifiquement sur le demi-plan hyperbolique $\mathbb{H}^n$ (pour $n \geq 2$), muni de sa métrique hyperbolique canonique ds^2. Notre objectif principal est de déterminer exhaustivement tous les champs de vecteurs lisses et non constants pour lesquels $\mathbb{H}^n$ est un G-soliton de Ricci-Bourguignon. Ce travail apporte des contributions significatives à la compréhension des G-solitons sur des géométries à courbure constante bien connues, enrichissant ainsi le corpus de recherche sur les équations de type flot de Ricci et leurs solutions d'équilibre.